

# வெற்றிப்பயணம் - 1

A. Harishan

நேரம்:  $2\frac{1}{2}$  மணித்தியாலங்கள்

A/L 2009

பகுதி I

August

(எல்லா வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கும்.)

1) a)  $f(x) \equiv x^2 + ax + 2a$  எனவும்,  $a$  என்பது யாதாயினும்  $f(x)$  மெய்யெண் எனவும் கொள்வோம்.  $\alpha, \beta$  என்பன  $f(x) = 0$  க்கின் கிடைமெய் வேர்கள் எனின்,  $x^2 + 3ax + 2a(1+a) = 0$  என்பதன் வேர்களை  $\alpha, \beta$  கில் காண்க. கிடைமெய்,  $2\alpha + 3\beta$ ,  $3\alpha + 2\beta$  என்பவற்றை வேர்களாகக் கொண்ட சமன்பாட்டை உய்த்துக.

b)  $bc = a^p$ ,  $ac = b^q$ ,  $ab = c^r$  எனவும்,  $a, b, c, p, q, r$  என்பன மெய் நேர்மெய்கள் எனவும் கொள்வோம். கூட்டி, மக்கை விதிக்க உபயோகித்து,  $p+q+r+2 = pqr$  எனக் காட்டுக.

2) a)  $n=1, 2, 3, \dots$  க்கிற்  $A_{n+1} = \frac{1}{2} \left( A_n + \frac{a}{A_n} \right)$  எனவும்,  $A_1 = \sqrt{b}$  எனவும் கொள்வோம்.  $a, b$  என்பன நேர் மெய்யெண்களாக கிடுக்க, எல்லா நேர் நிறை மெய்கள்க்கும் கணிதத் தொகுத்திவுக் கோட்பாட்டு முறையால்,

$$\frac{A_n - \sqrt{a}}{A_n + \sqrt{a}} = \left( \frac{\sqrt{b} - \sqrt{a}}{\sqrt{b} + \sqrt{a}} \right)^{2^{n-1}}$$

என நியுவுக.

b)  $\frac{1}{1!} + \frac{1+3}{2!} + \frac{1+3+5}{3!} + \dots$  என்னும் தொடரின்  $r^{\text{th}}$  உறுப்பு

$U_r$  க் கிடுக்க.  $U_r$  க்கு  $U_r = \frac{r^2}{r!}$  எனும் வடிவில் எழுதப்படலாம் எனக் காட்டுக.

$e = \frac{1}{0!} + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots$  எனின்  $\sum_{r=1}^{\infty} U_r = 2e$  எனக் காட்டுக.

3) a)  $Z = t \sin^{-1} t$  எனின்,

i)  $t(1-t^2) \frac{dz}{dt} = z(1-t^2) + t^2 \sqrt{1-t^2}$  எனவும்,

ii)  $(1-t^2)^{3/2} \frac{d^2z}{dt^2} = 2-t^2$  எனவும், காட்டுக.

b) தரப்பட்ட கோளமொன்றிலுள்ள வரையப்படும் உயர் கைவளையுடைய ஒரு திண்மக் கூம்பின் அறையுச்சிக் கோணம்  $\sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}}$  எனக் காட்டுக.

4) a)  $\frac{1}{x(x+1)^2} \equiv \frac{a}{x} + \frac{b}{x+1} + \frac{c}{(x+1)^2}$  அடுமறையு  $a, b, c$  எனும்

மெய்யெண்களைக் காண்க. கிதிவிடுத்து  $\int \frac{\cos^6 x}{\sin^2 x} dx$  ஐ காண்க.

b)  $\frac{d2^x}{dx} = 2^x \ln 2$  எனக் காட்டுக. கிதிவிடுத்து,

i)  $\int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2}$  எனக் காட்டுக. கிதிவிடுத்து,

ii)  $\int x^3 2^{x^2} dx$  கிணைக் காண்க. பகுதிகளாகத். தொகையிடுதலையப் பயன்படுத்தி,  $\int 2^{x+1} x \cos x dx$  ஐத் தொகையிடுக.

5) a)  $a \cos \theta + b \sin \theta = c$  என்பதன் தீர்வுகள்  $\alpha, \beta$  ஆகும். கிங்கி  $a, b, c$  என்பன மெய்யெண்களும்  $0 < \alpha, \beta < 2\pi$  உம் ஆகும்.

$\cos \alpha + \cos \beta = \frac{2ac}{a^2+b^2}$  எனக் காட்டுக.  $\cos \left( \frac{\alpha-\beta}{2} \right) = \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}$  ஐ உய்த்தறிக.

b) முக்கோண ABC யில் வழமையான குறியீடுகளுடன்  $a^3 \cos(B-C) + b^3 \cos(C-A) + c^3 \cos(A-B) = 3abc$  என நிரூபிக்க.

\*\*\*\*\*

"No Man Can prove himself on you" - A. Horstman